2.1.2 两条直线平行和垂直的判定

一、教材分析

本节课选自《2019人教A版高中数学选择性必修第一册》第二章《直线和圆的方程》，本节课主要学习两条直线平行和垂直的判定。

直线的平行和垂直是两条直线的重要位置关系，它们的判定在初中运用几何法已经进行了学习，而在坐标系下，运用代数方法即坐标法，是一种新的观点和方法，需要学生理解和感悟。

两直线平行和垂直都是由相应的斜率之间的关系来确定的，并且研究讨论的手段和方法也相类似，因此，在教学时采用对比方法，以便弄清平行与垂直之间的联系与区别.值得注意的是，当两条直线中有一条不存在斜率时，容易得到两条直线垂直的充要条件，这也值得略加说明.

二、学情分析

对于两条直线平行的判定学生比较容易接受，教师应注重充分性和必要性两个方面的证明，在得出“斜率分别为k_1，k_2的两条直线l_1，l_2有”的结论后，教师应强调这个充要条件是在两条直线的斜率都存在的情况下成立的.这样学生在后面研究垂直关系就会意识到对特殊情况的讨论.我们研究了斜率为k的直线的一个方向向量是（1，k），故而寻求两条直线的垂直关系的充要条件可以是它们的方向向量垂直，这一点与过去教材不同.

三、教学目标

1. 学会用斜率判断两条直线的平行和垂直关系，并解决相应的几何问题；

2. 体会利用代数方法研究几何问题的解析几何基本方法；

3. 促进数学运算、直观想象、逻辑推理等素养的发展.

四、教学重难点

1.教学重点：理解两条直线平行或垂直的判断条件

2.教学难点：会利用斜率判断两条直线平行或垂直

五、课前准备

（一）学习资源

（二）学习任务单

（三）教学方法及工具：以学生为主体，小组为单位，采用诱思探究式教学，精讲多练。多媒体。

六、教学过程

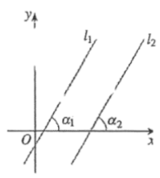
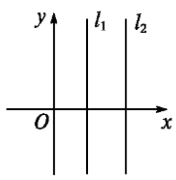
（一）情境导学

过山车是一项富有刺激性的娱乐项目.实际上,过山车的运动包含了许多数学和物理学原理.过山车的两条铁轨是相互平行的轨道,它们靠着一根根巨大的柱形钢筋支撑着,为了使设备安全,柱子之间还有一些小的钢筋连接,这些钢筋有的互相平行,有的互相垂直,你能感受到过山车中的平行和垂直吗?两条直线的平行与垂直用什么来刻画呢?

（二）新课教授

1.、两条直线平行与斜率之间的关系

设两条不重合的直线 l_1, l_2, 倾斜角分别为 α_1, α_2, 斜率存在时斜率分别为 k_1, k_2. 则对应关系如下：

前提条件	$\alpha_1=\alpha_2\neq 90°$	$\alpha_1=\alpha_2=90°$
对应关系	$l_1 /\!/ l_2 \Leftrightarrow k_1=k_2$	$l_1 /\!/ l_2 \Leftrightarrow$ 两直线斜率都<u>不存在</u>
图　示		

点睛：若没有指明 l_1, l_2 不重合, 那么 $k_1=k_2 \Leftrightarrow \begin{cases} l_1 \parallel l_2, \\ \text{或} l_1 \text{与} l_2 \text{重合}, \end{cases}$ 用斜率证明三点共线时, 常用到这一结论.

思考辨析

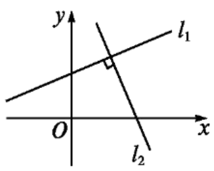
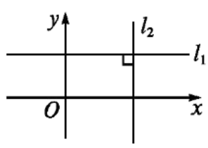
(1)若两条直线的斜率相等，则这两条直线平行.（　　）

(2)若 $l_1 /\!/ l_2$，则 $k_1=k_2$.（　　）

(3)若两条直线中有一条直线的斜率不存在，另一条直线的斜率存在，则这两条直线垂直.（　　）

(4)若两条直线的斜率都不存在且两直线不重合，则这两条直线平行.（　　）

2、两条直线垂直与斜率之间的关系

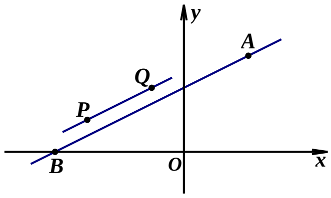
对应关系	l_1 与 l_2 的斜率都存在, 分别为 k_1, k_2, 则 $l_1 \perp l_2 \Leftrightarrow k_1 \cdot k_2=-1$	l_1 与 l_2 中的一条斜率<u>不存在</u>, 另一条斜率为零, 则 l_1 与 l_2 的位置关系是 $l_1 \perp l_2$.
图示		

点睛：“两条直线的斜率之积等于-1”是“这两条直线垂直”的充分不必要条件. 因为两条直线垂直时, 除了斜率之积等于-1, 还有可能一条直线的斜率为 0, 另一条直线的斜率不存在.

（二）典型例析

例 1 已知 A（2，3），B（-4，0），P（-3，1），Q（-1，2），试判断直线 AB 与 PQ 的位置关系，并证明你的结论.

解：如图,



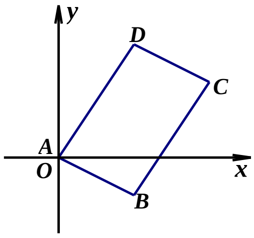
直线 BA 的斜率 $k_{BA}=\frac{3-0}{2-(-4)}=\frac{1}{2}$，直线 PQ 的斜率 $k_{PQ}=\frac{2-1}{-1-(-3)}=\frac{1}{2}$.

因为 $k_{BA}=k_{PQ}$，所以直线 $AB// PQ$.

设计意图：通过斜率相等来判定两直线平行.

例 2 已知四边形 $ABCD$ 的四个顶点分别为 A（0，0），B（2，-1），C（4，2），D（2，3），试判断四边形 $ABCD$ 的形状，并给出证明.

师生活动：教师启发学生思考，讨论得出解决方法



解：如图，AB 边所在直线的斜率 $k_{AB}=-\frac{1}{2}$，

CD 边所在直线的斜率 $k_{CD}=-\frac{1}{2}$，BC 边所在直线的斜率 $k_{BC}=\frac{3}{2}$，

DA 边所在直线的斜率 $k_{DA}=\frac{3}{2}$. 因为 $k_{AB}=k_{CD}$，$k_{BC}=k_{DA}$，所以 $AB// CD$，$BC// DA$.

因此四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

设计意图：注意数形结合，利用直线的斜率判断位置关系---平行.

例 3 已知 A（-6，0），B（3，6），P（0，3），Q（6，-6），试判断直线 AB 与 PQ 的位置关系.

师生活动，学生思考解答，板演：

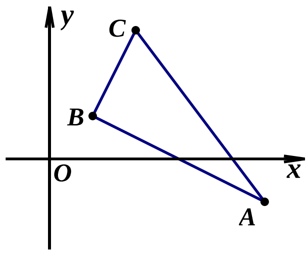
直线 AB 的斜率 $k_{AB}=\frac{2}{3}$，直线 PQ 的斜率 $k_{PQ}=-\frac{3}{2}$. 因为 $k_{AB}k_{PQ}=\frac{2}{3}\times\left(-\frac{3}{2}\right)=-1$，

所以直线 $AB\perp PQ$.

设计意图：注意数形结合，利用直线的斜率判断位置关系---垂直.

例 4 已知 A（5，－1），B（1，1），C（2，3）三点，试判断△ABC 的形状.

师生讨论分析：如图，猜想 $AB\perp BC$，△ABC 是直角三角形.



学生板演：

边 AB 所在直线的斜率 $k_{AB}=-\dfrac{1}{2}$，边 BC 所在直线的斜率 $k_{BC}=2$.

由 $k_{AB}\,k_{BC}=-1$，得 $AB\perp BC$，即$\angle ABC=90°$．所以$\triangle ABC$是直角三角形.

变式思考 1. 已知点 $A(5,\ -1)$，$C(2,\ 3)$，点 B 在 x 轴上，且$\angle ABC$为直角，求点 B 的坐标.

学生完成，教师展示学生运算结果：B 的坐标为$(\frac{7-\sqrt{21}}{2},\ 0)$或$(\frac{7+\sqrt{21}}{2},\ 0)$

变式思考 2. 已知点 $A(5,\ -1)$，$C(2,\ 3)$，点 B 在 x 轴上，且ΔABC为直角三角形，求点 B 的坐标.

学生思考解答，教师展示学生运算结果：点 B 的坐标为$(\frac{7-\sqrt{21}}{2},0)$或$(\frac{7+\sqrt{21}}{2},0)$或$(\frac{19}{3},0)$或$(-2,0)$.

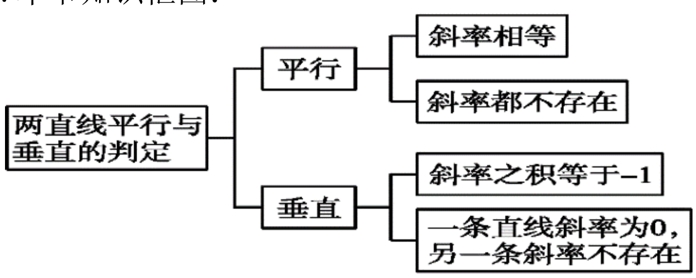
设计意图：利用斜率判断直线的平行和垂直的综合.

（四）小结点评

1. 通过本节课的学习，你在知识和方法上有哪些体会或收获？

教师活动：从知识和思想方法层面启发学生总结归纳，并提问：在平面直角坐标系中，除了研究两直线的位置关系，你还能提出哪些几何问题进行研究？用代数方法解决这些问题还需要我们建立直线的方程.

2. 本节知识框图：



（五）作业布置

教科书习题 2.1 第 5，6，8，9，10 题.

六、课后巩固

A 组

1．下列说法中正确的是(　　)

A．若直线l_1与l_2的斜率相等，则$l_1 // l_2$

B．若直线l_1与l_2互相平行，则它们的斜率相等

C．在直线l_1与l_2中，若一条直线的斜率存在，另一条直线的斜率不存在，则l_1与l_2定相交

D．若直线l_1与l_2的斜率都不存在，则$l_1 // l_2$

2．过点$A(1,2)$和点$B\left(-3,2\right)$的直线与x轴的位置关系是（　　）

A．相交但不垂直　　B．平行　　C．重合　　D．垂直

3．已知直线l_1经过$A\left(-3,4\right)$，$B\left(-8,-1\right)$两点，直线l_2的倾斜角为135°，那么l_1与l_2（　　）

A．垂直　　B．平行　　C．重合　　D．相交但不垂直

4．已知ΔABC的三个顶点坐标分别为$A\left(5,-1\right)$，$B\left(1,1\right)$，$C\left(2,3\right)$，则其形状为(　　)

A．直角三角形　　B．锐角三角形　　C．钝角三角形　　D．无法判断

B 组

1.已知点 A（－2，－5），B（6,6），点 P 在 y 轴上，且∠APB＝90°，则点 P 的坐标为__________________.

2．已知在平行四边形 ABCD 中，$A(1,2),B(5,0),C(3,4)$.

（1）求点 D 的坐标；

（2）试判断平行四边形 ABCD 是否为菱形.