7.4.1 二项分布 导学案

【学习目标】

1.理解伯努利试验以及 n 重伯努利试验的概念,掌握随机变量服从二项分布的有关计算;

2.能够解决随机变量服从二项分布的实际应用问题，会求服从二项分布的随机变量的均值和方差;

【学习重难点】

重点： n 重伯努利实验，二项分布及其数字特征;

难点：在实际问题中抽象出模型的特征，识别二项分布.

【学习过程】

1.二项分布

一般地，在 n 重伯努利试验中，设每次试验中事件 A 发生的概率为 p(0<p<1)，

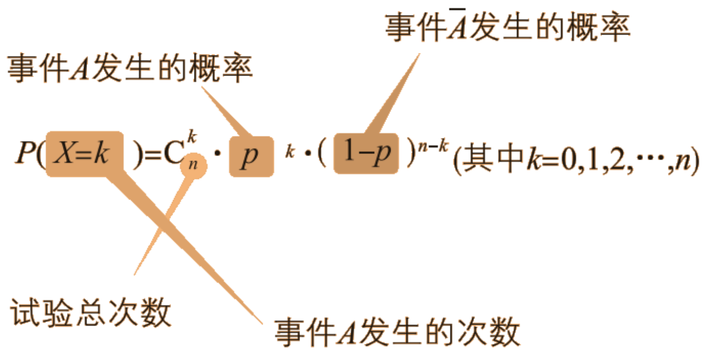
用 X 表示事件 A 发生的次数，则 X 的分布列为

$P(X=k)=C_n^k\times p^k\times(1-p)^{n-k}$，$k=0,1,\ldots$,n.

如果随机变量 *X* 的分布列具有上式的形式，则称随机变量 X 服从二项分布（binomial distribution），

记作 $X\sim B(n,p)$.

X	0	1	⋮	k	⋮	n
p	$C_n^0p^0q^n$	$C_n^1p^1q^{n-1}$	⋮	$C_n^kp^kq^{n-k}$	⋮	$C_n^np^nq^0$



探究 1 ：伯努利试验和 n 重伯努利试验有什么不同?

问题 2：某飞碟运动员每次射击中靶的概率为 0.8.连续 3 次射击，中靶次数 X 的概率分布列是怎样的？

探究 2：如果连续射击 4 次，类比上面的分析，表示中靶次数 X 等于 2 的结果有哪些？写出中靶次数 X 的分布列.

思考 1：二项分布与两点分布有何关系?

思考 2：对比二项分布和二项式定理，你能看出他们之间的联系吗？

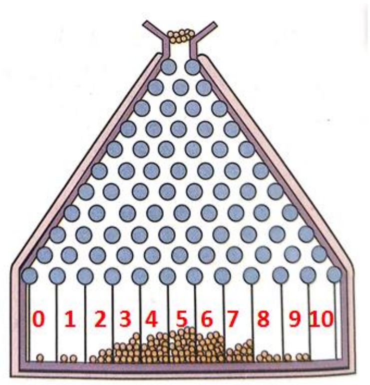
二、典例解析

例 1 ：将一枚质地均匀的硬币重复抛掷 10 次，求：

（1）恰好出现 5 次正面朝上的概率；

（2）正面朝上出现的频率在[0.4，0.6]内的概率.

例 2：如图是一块高尔顿板的示意图.在一块木板上钉着若干排相互平行但相互错开的圆柱形小木钉，小木钉之间留有适当的空隙作为通道，前面挡有一块玻璃，将小球从顶端放入，小球下落的过程中，每次碰到小木钉后都等可能地向左或向右落下，最后落入底部的格子中.格子从左到右分别编号为 0，1，2，…，10，用 X 表示小球最后落入格子的号码，求 X 的分布列。



二项分布中需要注意的问题和关注点

(1）当 X 服从二项分布时，应弄清 $X\sim B(n，p)$ 中的试验次数 n 与成功概率 p.

(2）解决二项分布问题的两个关注点

①对于公式 $P(X=k)=C_n^k p^k(1-p)^{n-k}(k=0，1，2，…，n)$，必须在满足"独立重复试验"时才能应用，否则不能应用该公式.

②判断一个随机变量是否服从二项分布，关键有两点：一是对立性，即一次试验中，事件发生与否两者必有其一；二是重复性，即试验是独立重复地进行了 n 次.

例 3：甲、乙两选手进行象棋比赛，如果每局比赛甲获胜的概率为 0.6，乙获胜的概率为 0.4，那么采用 3 局 2 胜制还是采用 5 局 3 胜制对甲更有利?

探究 3：假设随机变量 X 服从二项分布 B（n,p）,那么 X 的均值和方差是什么？

例 4. 一次数学测验由 25 道选择题构成，每道选择题有 4 个选项，其中有且仅有一个选项是正确的，每道题选择正确得 4 分，不作出选择或选错不得分，满分 100 分，某学生选对任一题的概率均为 0.6，求此学生在这一次测验中的成绩的数学期望和方差.