

7.2 离散型随机变量及其分布列

【学习目标】

- 1.理解随机变量的意义,了解随机变量与函数的区别;
- 2.掌握离散型随机变量的概念,能够写出随机变量的取值以及随机试验的结果.

【学习重难点】

重点: 离散型随机变量的概念

难点: 写出随机变量的取值以及随机试验的结果

【学习过程】

一、问题探究

求随机事件的概率时,我们往往需要为随机试验建立样本空间,并会涉及样本点和随机事件的表示问题,类似函数在数集与数集之间建立对应关系,如果我们在随机试验的样本空间与实数集之间建立某种对应,将不仅可以为一些随机事件的表示带来方便,而且能更好地利用数学工具研究随机试验.

问题 1.随机试验的样本空间与实数集之间能否建立某种对应关系呢?

探究 1.有些随机试验的样本空间与数值有关系,我们可以直接与实数建立关系.

(1) 掷一枚骰子用实数 $m(m=1,2,3,4,5,6)$ 表示“掷出的点数为 m ”,又如,

掷两枚骰子样本空间为 $\Omega=\{(x,y) | x,y=1,2,\dots,6\}$,

用 $x+y$ 表示“两枚骰子的点数之和”**样本点 (x,y)** 就与实数 $x+y$ 对应.



(2) .某射击运动员在射击训练中,其中某次射击可能出现命中的环数情况有哪些?

实数 $m(m=0,1,2,3,4,5,6, \dots,10)$ 表示“击中环数 m ”



(1) 随机抽取一件产品,有“抽到次品”和“抽到正品”两种可能结果它们与数值无关.如果“抽到次品”用 1 表示,“抽到正品”用 0 表示,即定义:

$X = \begin{cases} 1, & \text{抽到次品,} \\ 0, & \text{抽到正品.} \end{cases}$ 这个试验的样本点与实数就建立了对应关系

探究 2.有些随机试验的样本空间与数值没有直接关系,可以根据问题的需要为每个样本点指定一个数值.

类似地, (2) .掷一枚硬币,可将试验结果“正面朝上”用 1 表示,“反面朝上”用 0 表示

(3).随机调查学生的体育综合测试成绩,可将等级成绩优、良、中等、及格、不及格分别赋值 5.4.3.2.1; 等等,对于任何一个随机试验,总可以把它的每个样本点与一个实数对应。



即通过引入一个取值依赖于样本点的变量 X ,来刻画样本点和实数的对应关系,实现样本点的数量化.因为在随机试验中样本点的出现具有随机性,所以变量 X 的取值也具有随机性。

探究 3.考察下列随机试验及其引入的变量:

试验 1:从 100 个电子元件(至少含 3 个以上次品)中随机抽取三个进行试验, 变量 X 表示三个元件中次品数;

试验 2:抛掷一枚硬币直到出现正面为止, 变量 Y 表示需要的抛掷次数.

这两个随机试验的样本空间各是什么?

各个样本点与变量的值是如何对应的?变量 X, Y 有哪些共同的特征?

问题 2: 变量 X, Y 有哪些共同的特征?

随机变量的特点

- (1) 可以用数字表示
- (2) 试验之前可以判断其可能出现的所有值
- (3) 在试验之前不可能确定取何值

随机变量将随机事件的结果数量化.

所谓随机变量,即是随机试验的试验结果和实数之间的一个对应关系,这种对应关系是人为建立起来的,但又是客观存在的这与函数概念的本质是一样的,只不过在函数概念中,函数 $f(x)$ 的自变量 x 是实数,而在随机变量的概念中,随机变量 X 的自变量是试验结果,不一定是实数

1.下列变量中,哪些是随机变量,哪些不是随机变量?并说明理由.

- (1)上海国际机场候机室中 2020 年 10 月 1 日的旅客数量;
- (2)2021 年某天济南至北京的 D36 次列车到北京站的时间;
- (3)2021 年 5 月 1 日到 10 月 1 日期间所查酒驾的人数;
- (4)体积为 1000 cm^3 的球的半径长.

随机变量从本质上讲就是以随机试验的每一个可能结果为自变量的一个函数,即随机变量的取值实质上是试验结果对应的数,但这些数是预先知道所有可能的值,而不知道究竟是哪一个值.

问题 3: 你能总结随机变量 X 的特点吗?

2.下列变量中是离散型随机变量的是? _____

- (1)下期《诗词大会》节目中过关的人数;
- (2)某加工厂加工的一批某种钢管的外径与规定的外径尺寸之差;
- (3)在郑州至武汉的电气化铁道线上,每隔 50 m 有一电线铁塔,从郑州至武汉的电气化铁道线上将电线铁塔进行编号,其中某一电线铁塔的编号;
- (4)江西九江市长江水位监测站所测水位在 $(0,29]$ 这一范围内变化,该水位站所测水位.

变式探究: 将本例的(4)改为: 监测站所测水位 X 是否超过警戒水位(警戒水位是 29 m), X 是离散型随机变量吗?

判断一个随机变量 X 是否为离散型随机变量的具体方法

- (1) 明确随机试验的所有可能结果；
- (2) 将随机试验的试验结果数量化；
- (3) 确定试验结果所对应的实数是否可按一定次序一一列出，如果能一一列出，则该随机变量是离散型随机变量，否则不是.

二、典例解析

例 1. 写出下列各随机变量可能的取值，并说明随机变量所取值所表示的随机试验的结果：

- (1) 从 10 张已编号的卡片（从 1 号到 10 号）中任取 1 张，被取出的卡片的号数 X .
- (2) 一个袋中装有 5 个白球和 5 个黑球，从中任取 3 个，其中所含白球数 X .
- (3) 抛掷两个骰子，所得点数之和 X .
- (4) 接连不断地射击，首次命中目标需要的射击次数 X .
- (5) 某一自动装置无故障运转的时间 X .
- (6) 某林场树木最高达 30 米，此林场树木的高度 X .

例 2. 从标有数字 1,2,3,4,5,6 的 6 张卡片中任取 2 张，所取卡片上的数字之和.

变式探究：本题中条件不变，所取卡片上的数字之差的绝对值为随机变量 X ，请问 X 有哪些取值？

其中 $X=4$ 表示什么含义？

跟踪训练：(1) 掷两枚均匀硬币一次，则正面个数与反面个数之差的可能的值有__.

(2) 袋中有大小相同的 5 个小球，分别标有 1、2、3、4、5 五个号码，现在在有放回的情况下取出两个小球，设两个小球号码之和为 X ，则 X 所有可能值的个数是__个；

“ $X=4$ ”表示_____.

解决此类问题的关键是理解清楚随机变量所有可能的取值及其取每一个值时对应的意义，不要漏掉或多取值，同时要找好对应关系.

例 3.某人去商场为所在公司买玻璃水杯若干只，公司要求至少要买 50 只，但不得超过 80 只。商场有优惠规定：一次购买这种玻璃水杯小于或等于 50 只不优惠，大于 50 只的，超出部分按原价的 7 折优惠，已知原来的水杯价格是每只 6 元。这个人一次购买水杯的只数 X 是一个随机变量，那么他所付的款额 Y 是否也是一个随机变量呢？这两个随机变量有什么关系？

若 X 是随机变量,则 $Y=aX+b$ (其中 a 、 b 是常数)也是随机变量.